Correction DS n° 4 Maths — 1ère A/B

/1,5 **Exo 1 :** $\vec{u}\begin{vmatrix}3\\-m+2\end{vmatrix}$ $\vec{v}\begin{vmatrix}-1\\4m\end{vmatrix}$

$\vec{u} \perp \vec{v} \iff \vec{u}.\vec{v} = 0$

$\iff 3\times(-1) + (-m+2)\times 4m = 0.$

$\iff -4m^2 + 8m - 3 = 0.$

/1,5 $\Delta = 8^2 - 4\times(-4)\times(-3) = 16 > 0.$

$m_1 = \dfrac{-8+\sqrt{16}}{-8} = \dfrac{-8+4}{-8} = \dfrac{1}{2}.$

$m_2 = \dfrac{-8-\sqrt{16}}{-8} = \dfrac{-8-4}{-8} = \dfrac{3}{2}.$

Ainsi $\vec{u}$ et $\vec{v}$ sont orthogonaux si $m = \frac{1}{2}$ ou $m = \frac{3}{2}$.

Exo 2 : 1) I mil [AB] de $\vec{AI} = \vec{IB} = \frac{1}{2}\vec{AB}$

/3,5

$MA^2 + MB^2 = \vec{MA}^2 + \vec{MB}^2 = (\vec{MI}+\vec{IA})^2 + (\vec{MI}+\vec{IB})^2$

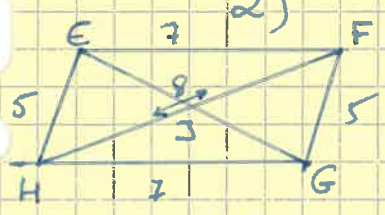
/2 $= MI^2 + 2\vec{MI}.\vec{IA} + IA^2 + MI^2 + 2\vec{MI}.\vec{IB} + IB^2$

$= 2MI^2 + 2\vec{MI}.(\underbrace{\vec{IA}+\vec{IB}}_{\vec{0}}) + \left(\frac{1}{2}AB\right)^2 + \left(\frac{1}{2}AB\right)^2$

$= 2MI^2 + \frac{1}{4}AB^2 + \frac{1}{4}AB^2$

$= 2MI^2 + \frac{1}{2}AB^2.$

2)



J mil de [FH] et de [EG].

d'après 1) $ME^2 + MG^2 = 2MJ^2 + \frac{1}{2}EG^2.$

/1,5 $M = F.$

$FE^2 + FG^2 = 2FJ^2 + \frac{1}{2}EG^2.$

$\frac{1}{2}EG^2 = FE^2 + FG^2 - 2FJ^2$

$= 7^2 + 5^2 - 2\times 4^2$

$= 42.$

de $EG^2 = 2\times 42 = 84.$

d'où $EG = \sqrt{84} = 2\sqrt{21}$

/3,5 **Ex3:** 1) Thm d'Al-kashi dans le triangle ABC.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2 \times AB \times BC \times \cos \hat{ABC}$$

/1,5 $$= 2000^2 + 1000^2 - 2 \times 2000 \times 1000 \times \cos 105°$$

$$AC \simeq 2457 \text{ m}.$$

la longueur du parcours est donc :

$$l = AB + AC + BC \simeq 2000 + 2457 + 1000 = 5457 \text{ m}.$$

2) $AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2 \times AC \times BC \times \cos \hat{ACB}$.

d'où $2 AC \times BC \times \cos \hat{ACB} = AC^2 + BC^2 - AB^2$.

$$\cos \hat{ACB} = \frac{AC^2 + BC^2 - AB^2}{2 \times AC \times BC}$$

/2 $$\hat{ACB} \simeq 52°$$

Exo4: 1) a)

/3

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,025	0,05	0,1	0,2	0,4	0,225

$$p(X=6) = 1 - (0,025 + 0,05 + 0,1 + 0,2 + 0,4)$$

/0,5 $$= 0,225.$$

b). $E(X) = \sum x_i p_i = 1 \times 0,025 + 2 \times 0,05 + 3 \times 0,1 + 4 \times 0,2 + 5 \times 0,4 + 6 \times 0,225$

$$= 4,575.$$

/0,5

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

$$= 1^2 \times 0,025 + 2^2 \times 0,05 + 3^2 \times 0,1 + 4^2 \times 0,2 + 5^2 \times 0,4 + 6^2 \times 0,225 - 4,575^2$$

$$= 22,425 - 4,575^2 \simeq 1,494.$$

/1 $\sigma(X) = \sqrt{V(X)} \simeq 1,222$.

2).

x_i	1	2	3	4	5	6
p_i	0,1	0,1	0,1	0,1	p	p^2

$$\sum p_i = 1 \iff 0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,1 + p + p^2 = 1.$$

/1 $$\iff p^2 + p - 0,6 = 0.$$

$\Delta = 3,4$. $p_1 = \frac{-1 + \sqrt{3,4}}{2} \simeq 0,42$ $\quad p_2 = \frac{-1 - \sqrt{3,4}}{2} \notin [-1; 1]$

3,5 **Exo 5 :**

1) G, gain algébrique, peut prendre les valeurs :

/0,5 22 €, 10 €, 3 €, −1,5 €, −2 €.

2) $P(G=22) = \frac{2}{200} = \frac{1}{100}$. $P(G=3) = \frac{10}{200} = \frac{1}{20}$.

$P(G=10) = \frac{4}{200} = \frac{1}{50}$ $P(G=-1,5) = \frac{54}{200} = \frac{27}{100}$.

$P(G=-2) = \frac{(200-2-4-10-54)}{200} = \frac{130}{200} = \frac{13}{20}$.

/1

g_i	22	10	3	−1,5	−2
$P(G=g_i)$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{50}$	$\frac{1}{20}$	$\frac{27}{100}$	$\frac{13}{20}$
	0,01	0,02	0,05	0,27	0,65.

3) $E(G) = 22 \times \frac{1}{100} + 10 \times \frac{1}{50} + 3 \times \frac{1}{20} - 1,5 \times \frac{27}{100} - 2 \times \frac{13}{20}$.

/1 $= -1,135$.

Interprétation : le jeu est défavorable au joueur, s'il joue un très grand nombre de fois, il perd en moyenne 1,135 € par partie.

4)

g_i	x	10	3	−1,5	−2
$P(G=g_i)$	0,01	0,02	0,05	0,27	0,65

4 machines à 70 joueurs par jour soit 280 parties.

Le directeur souhaite un gain de 336 € / jour

Il faut donc que l'espérance soit de $-\frac{336}{280} = -1,2$ €.

/1 On résout alors l'éq°.

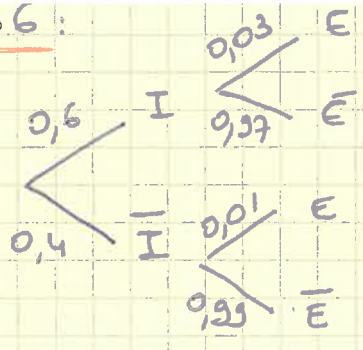
$x \times 0,01 + 10 \times 0,02 + 3 \times 0,05 - 1,5 \times 0,27 - 2 \times 0,65 = -1,2$.

$0,01x - 1,355 = -1,2$.

$0,01x = 0,155$.

$x = 15,5$. Il doit donc fixer le gain maximal à 17,50 € au lieu de 24 €.

/5 **Exo 6 :**

1) 

/1

2) $p(I \cap E) = p(I) \times p_I(E)$.

$= 0,6 \times 0,03$

/0,5 $= 0,018$.

3) I et $\bar{I}$ forment une partition de l'univers d'après (FPT), on a :

$p(E) = p(I \cap E) + p(\bar{I} \cap E)$.

$= 0,018 + p(\bar{I}) \times p_{\bar{I}}(E)$.

$= 0,018 + 0,4 \times 0,01$

/1 $= 0,022$.

4) $p_{\bar{E}}(I) = \dfrac{p(I \cap \bar{E})}{p(\bar{E})}$ $\quad p(\bar{E}) = 1 - p(E) = 0,978$.

/0,5 $= \dfrac{0,6 \times 0,97}{0,978} \simeq 0,595$.

5) a) /0,5 X prend comme valeurs +12 et −0,5

b) /0,5

x_i	12	−0,5
$p(X = x_i)$	0,978	0,022

c) $E(X) = 12 \times 0,978 - 0,5 \times 0,022$

$= 11,725$.

En moyenne, l'entreprise gagne 11,725 € par jouet.

/1 Soit sur une année : $80 \times 298 \times 11,725 = 279524$ €

Ainsi, l'entreprise peut espérer un gain moyen de 279524 € par an.